

Verfahren zur Bestimmung der Kontaktkräfte piezoelektrischer Biegewandler

Michael Rissing, Klaus Kuhnen, Hartmut Janocha

Lehrstuhl für Prozessautomatisierung (LPA)

Universität des Saarlandes

Saarbrücken

Tel.: 0681-302 4197, e-mail: m.issing@lpa.uni-saarland.de

Kurzfassung

Das hier vorgestellte automatische Messverfahren dient der Ermittlung der Kontaktkraft, die ein piezoelektrischer Biegewandler erzeugt, wenn er durch Anlegen einer Gleichspannung gegen einen steifen Anschlag ausgelenkt wird. Das Messprinzip beruht auf der Entkopplung des Piezobiegers vom Anschlag durch eine in geeigneter Weise erzeugte Gegenkraft. Die auf der Basis eines Signalmodells beruhende Analyse der während dieses Vorgangs gemessenen Kraft-Zeit-Kennlinie ermöglicht die Bestimmung der gesuchten Kontaktkraft.

1 Einleitung

In der Textilindustrie werden piezoelektrische Biegewandler als Stellelemente zur Fadensteuerung eingesetzt. Auf engem Raum werden dabei 16 oder mehr Bieger zu Modulen zusammengefasst und gegen mechanische Anschläge gesteuert [1]. Hierbei muss gewährleistet sein, dass keiner der Biegewandler durch die im Betrieb auftretenden Kräfte vom Anschlag abgehoben wird. Im Rahmen einer Qualitätssicherung sind daher die tatsächlich erzeugten Kontaktkräfte im cN-Bereich schnell und genau zu messen. Die in Bild 1 gezeigte Messeinrichtung dient zur automatischen Vermessung solcher Biegewandlermodule. Das Messprinzip beruht auf der Entkopplung von Biegewandler und Anschlag durch individuell zugeordnete Gegenkräfte, welche mit Hilfe von Blattfedern erzeugt werden.

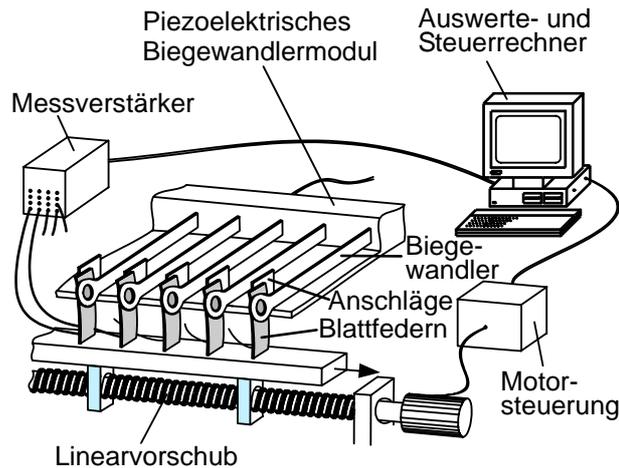


Bild 1: Automatisierte Messeinrichtung zur Bestimmung der statischen Kontaktkraft zwischen piezoelektrischem Biegewandler und Anschlag.

Der während dieses Vorgangs gemessene Kraft-Zeit-Verlauf weist charakteristische Merkmale auf, die die Ermittlung der gesuchten Kontaktkraft ermöglichen. Die Signalauswertung basiert auf einem nichtlinearen Signalmodell, dessen Parameter durch eine unterlagerte quadratische Optimierung und eine überlagerte nichtlineare Optimierung identifiziert werden. Aufgrund dieser Vorgehensweise erweist sich das Messverfahren als sehr störsicher gegenüber gleichanteilfreien Signalstörungen, die sich, z.B. hervorgerufen durch Schwingungsquellen in der Messumgebung, dem Nutzsignal überlagern.

2 Messung der Kraft-Zeit-Charakteristik

Die Gegenkraft wird durch eine Blattfeder erzeugt, die mit konstanter Geschwindigkeit gegen den Biegewandler verfahren wird (vgl. Bilder 1 und 2). Auf der Blattfeder applizierte Dehnungsmessstreifen (DMS) ermöglichen die Erfassung der erzeugten Kraft. Aufgrund der konstanten Verfahrensgeschwindigkeit v weist das während der Bewegung gemessene Kraftsignal stückweise lineare Kraft-Zeit-Charakteristika mit unterschiedlichen Steigungen auf, die sich aus den in der jeweiligen Kontaktsituation wirksamen Steifigkeiten ergeben, siehe Bild 2a.

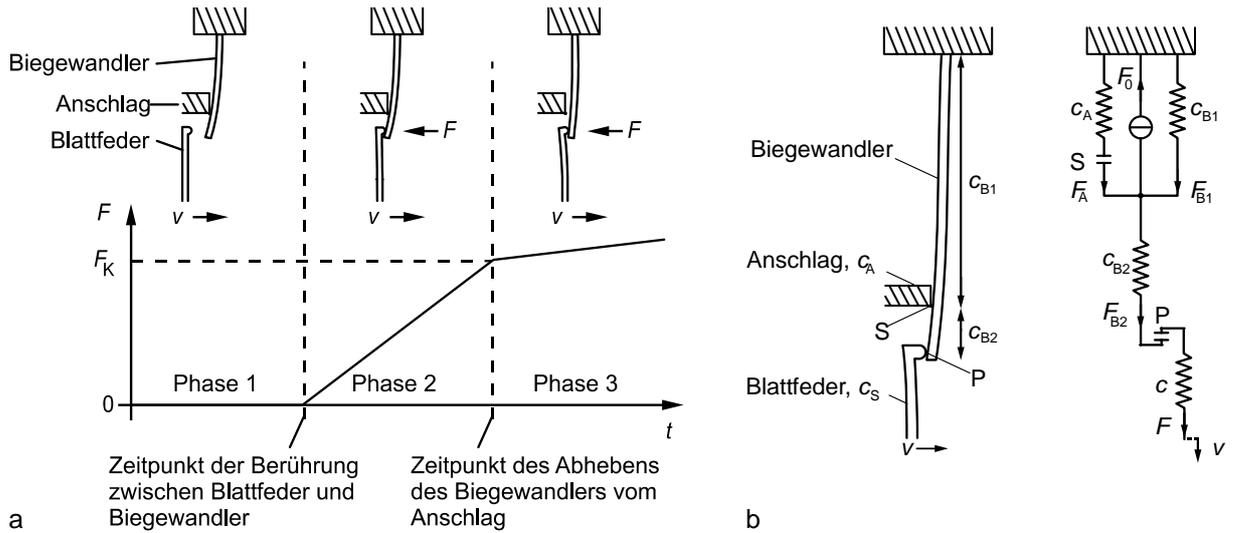


Bild 2: Messanordnung. **a:** Resultierende Kraft-Zeit-Kennlinie. **b:** Mechanisches Schema und Ersatzschaltbild.

Bild 2b zeigt das mechanische Schema der gegebenen Anordnung aus Biegewandler, Anschlag und Blattfeder. Im Ersatzmodell werden die wirksamen Biegesteifigkeiten als lineare Federn nachgebildet, wobei der Biegewandler durch die Reihenschaltung zweier Steifigkeiten beschrieben wird. c_{B1} beschreibt die Biegesteifigkeit des Biegewandlers vom Ort der festen Einspannung bis zu dem Punkt, an dem sich der Biegewandler und der Anschlag bei Kontakt berühren. c_{B2} modelliert die Biegesteifigkeit des Biegewandlers vom Kontaktpunkt des Anschlages bis zum Kontaktpunkt der Blattfeder. c_S beschreibt die Biegesteifigkeit der Blattfeder. Die elastischen Eigenschaften des Anschlages werden durch c_A nachgebildet, wobei hier $c_A \gg c_S$, $c_{B2} \gg c_{B1}$ vorausgesetzt werden kann. Das Element S beschreibt das Kontaktverhalten zwischen Biegewandler und Anschlag, während das Element P das Kontaktverhalten zwischen Blattfeder und Biegewandler modelliert. Die Kraft F_0 entspricht dem Biegemoment, das aufgrund des inversen piezoelektrischen d_{31} -Effektes in den Keramiksichten des Biegebalkens entsteht. Diese Kraft kann bei konstanter Ansteuerspannung U des Biegewandlers als konstante Quellgröße angesehen werden.

Mit den in Bild 2b definierten Größen gilt

$$F_{B1} + F_A - F_{B2} = F_0 = \text{konst.}, \quad (1)$$

$$F = F_{B2}. \quad (2)$$

In Phase 1 des Verfahrenvorgangs berührt die Blattfeder den Biegewandler noch nicht. Die erfasste Kraft F ist daher gleich Null. In Phase 2 des Verfahrenvorgangs berührt die Blattfeder den Biegewandler, der mit dem Anschlag in Kontakt ist. Somit ist in dieser Phase $F = F_{B2} > 0$. Während des Kontakts zwischen Biegewandler und Anschlag gilt wegen $c_A \gg c_{B1}$ die Näherung

$$F_{B1} \approx \text{konst.} \quad (3)$$

Somit folgt aus Gl. (1)-(3) für die Kraftänderungen $\Delta F = \Delta F_{B2} = -\Delta F_A$. Die zu Beginn von Phase 2 wirkende Kraft F_A entspricht deshalb genau der am Ende von Phase 2 gemessenen Kraft F . Da die Steifigkeit des Anschlags c_A sehr viel größer ist als die Steifigkeiten der Blattfeder c_S und des Biegewandlers c_{B2} , wird die Steigung der Kraft-Zeit-Kennlinie in Phase 2 in guter Näherung von der Reihenschaltung aus c_S und c_{B2} bestimmt. In Phase 3, nachdem der Biegewandler vom Anschlag abgehoben wurde, wird die Steigung der Kraft-Zeit-Kennlinie durch die Reihenschaltung von c_S , c_{B2} und c_{B1} bestimmt. Dies führt zu einer Abflachung der Kennlinie. Die am Ende von Phase 2 gemessene Kraft F ist unabhängig vom Wert der Steifigkeit c_{B2} und damit vom Kraftangriffspunkt der Blattfeder am Biegewandler. Dieser Aspekt ist von grundsätzlicher Bedeutung, da die Bestimmung der Kontaktkraft auf diese Weise unabhängig von Justagefehlern zwischen Biegewandler und Blattfeder ist und daher einfacher automatisiert werden kann.

3 Auswertung der Kraft-Zeit-Charakteristik

Zur Bestimmung der Kontaktkraft F_K müssen die beiden Knickpunkte in der Kraft-Zeit-Kennlinie, die den Übergang zwischen den Phasen 2 und 3 bzw. den Phasen 1 und 2 des Verfahrenvorgangs markieren, detektiert werden. Um diese Knickpunkte bzw. die zugehörigen Kraftwerte auch in verrauschten Messsignalen möglichst präzise bestimmen zu können, wird $F(t)$ in die beiden Signalabschnitte $f_A(t)$ und $f_B(t)$ zerlegt, welche anschließend separat modelliert werden. Dabei muss sichergestellt werden, dass $f_A(t)$ und $f_B(t)$ jeweils zwei lineare Signalabschnitte mit unterschiedlichen Steigungen enthalten. Dies wird erreicht, indem der gesamte Signalverlauf etwa in der Mitte der Phase 2 aufge-

trennt wird, z.B. auf Basis eines Schwellwertverfahrens mit den Parametern $\max(F(t))$ und $\min(F(t))$.

3.1 Abschnittweise Modellierung

Im Falle einer Automatisierung des Verfahrens erfolgen die Steuerung des Linearvorschubs und die Auswertung des Messsignals mit Rechnerhilfe. Aus diesem Grund ist es nötig, die kontinuierliche Kraft-Zeit-Charakteristik $F(t)$ durch Abtastung zeitlich zu diskretisieren. Werden zur Abtastung beispielsweise Abtast-Halte-Glieder nullter Ordnung verwendet, gilt

$$\begin{aligned} F(t) &= F(kT_S), \\ f_A(t) &= f_A(kT_S), \\ f_B(t) &= f_B(kT_S) \end{aligned} \quad (4)$$

mit dem konstanten Abtastintervall T_S und $k \in \{0, 1, \dots, N-1\}$. Die Modellierung der einzelnen Signalabschnitte erfolgt ebenfalls zeitdiskret in der Form

$$M(kT_S, f_0, m_0, m_1, T) = f_0 + m_0 k T_S + m_1 R(kT_S, T), \quad (5)$$

$$R(kT_S, T) = \begin{cases} 0, & \text{für } kT_S < T \\ kT_S - T, & \text{für } kT_S \geq T. \end{cases} \quad (6)$$

Die Funktion $M(kT_S, f_0, m_0, m_1, T)$ ist linear abhängig von den Parametern f_0 , m_0 und m_1 . Diese werden nachfolgend als lineare Parameter bezeichnet. f_0 stellt den Gleichanteil dar, m_0 die Steigung des ersten Geradenabschnitts und $(m_0 + m_1)$ die Steigung des zweiten Geradenabschnitts. Die Funktion $R(kT_S, T)$ ist nichtlinear abhängig vom Parameter T . Er kennzeichnet die zeitliche Lage des Knickpunkts im Signalverlauf und wird in den folgenden Ausführungen als nichtlinearer Parameter bezeichnet.

3.2 Modellidentifikation

Als Gütefunktion zur Optimierung der Modellparameter wird die Summe der Fehlerquadrate $J(f_0, m_0, m_1, T)$ mit

$$J(f_0, m_0, m_1, T) = \sum_{k=0}^{N-1} (M(kT_S, f_0, m_0, m_1, T) - f(kT_S))^2 \quad (7)$$

definiert, wobei sich die Fehler in den Abtastzeitpunkten kT_S jeweils aus der Differenz zwischen dem aus dem Modell berechneten Wert $M(kT_S, f_0, m_0, m_1, T)$ und dem gemessenen Wert $f(kT_S)$ ergeben. Die Minimierung von $J(f_0, m_0, m_1, T)$ wird in der Form

$$\underbrace{\min_{T \in [0, (N-1)T_S]} \left\{ \underbrace{\min_{(f_0, m_0, m_1)^T \in \mathbb{R}^3} \{J(f_0, m_0, m_1, T)\}}_{\text{quadratische Optimierung}} \right\}}_{\text{nichtlineare Optimierung}} \quad (8)$$

durchgeführt; der quadratischen Optimierung von f_0 , m_0 und m_1 ist also eine nichtlineare Optimierung von T überlagert.

3.2.1 Quadratische Optimierung der linearen Parameter

Für die unterlagerte quadratische Optimierung der linearen Parameter f_0 , m_0 und m_1 wird der nichtlineare Parameter T als konstant angenommen. Da der zu modellierende Signalverlauf zeitdiskret vorliegt, ist es sinnvoll, auch T zeitlich zu diskretisieren mit $T = lT_S$ und $l \in \{0, 1, \dots, N-1\}$. Somit gestaltet sich die unterlagerte quadratische Optimierung an der Stelle lT_S zu

$$\min_{(f_0, m_0, m_1)^T \in \mathbb{R}^3} \left\{ J(f_0, m_0, m_1) \Big|_{T=lT_S} \right\}, \quad (9)$$

$$J(f_0, m_0, m_1) \Big|_{T=lT_S} = \sum_{k=0}^{N-1} [M(kT_S, f_0, m_0, m_1, lT_S) - f(kT_S)]^2. \quad (10)$$

Fasst man die Abtastwerte von $M(kT_S, f_0, m_0, m_1, lT_S)$ in dem N -dimensionalen Signalvektor \mathbf{M} zusammen, lassen sich die Gleichungen (5) und (6) in Abhängigkeit von dem nichtlinearen zeitdiskreten Parameter lT_S entsprechend

$$\underbrace{\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1 & T_S & 0 \\ 1 & 2T_S & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ 1 & lT_S & 0 \\ 1 & (l+1)T_S & T_S \\ 1 & (l+2)T_S & 2T_S \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ 1 & (N-1)T_S & (N-1-l)T_S \end{pmatrix}}_{\mathbf{A} \in \mathbb{R}^{N \times 3}} \cdot \begin{pmatrix} f_0 \\ m_0 \\ m_1 \end{pmatrix} = \mathbf{M}|_{T=lT_S} \quad (11)$$

mit $0 \leq l \leq N-1$ umschreiben. Die zur Minimierung von Gleichung (10) notwendigen Bedingungen

$$\frac{\partial J}{\partial f_0} = 0, \quad \frac{\partial J}{\partial m_0} = 0 \quad \text{und} \quad \frac{\partial J}{\partial m_1} = 0 \quad (12)$$

führen zu dem Normalgleichungssystem

$$(\mathbf{A}^T \mathbf{A}) \cdot \begin{pmatrix} f_0 \\ m_0 \\ m_1 \end{pmatrix} = \mathbf{A}^T \mathbf{f} \quad (13)$$

mit dem N -dimensionalen Signalvektor \mathbf{f} , der die Abtastwerte von $f(kT_S)$ enthält. Das Normalgleichungssystem ist eindeutig lösbar, falls die Spalten der Matrix \mathbf{A} linear unabhängig sind. Dies ist bis auf die Ausnahmen $l=0$ und $l=(N-1)$ immer der Fall. Diese beiden Werte von l werden bei der überlagerten nichtlinearen Optimierung aber von vornherein nicht berücksichtigt, da sie aufgrund der Problemstellung nicht als optimaler Parameter l^*T_S in Frage kommen. Die Lösung des Normalgleichungssystems (13) kann beispielsweise mit dem Householder- Algorithmus ermittelt werden [2].

3.2.2 Nichtlineare Optimierung des nichtlinearen Parameters

Die übergeordnete nichtlineare Optimierung des nichtlinearen Parameters lT_S in der Form

$$\min_{lT_S \in [1, (N-2)T_S]} \{J(lT_S)\} \quad (14)$$

besteht in der Minimierung der eindimensionalen Funktion $J(lT_S)$ über dem Intervall $l \in [1, N-2]$. Da $J(lT_S)$ nach l nicht differenzierbar ist, schließt sich die Anwendung ableitungsbasierter Verfahren für die Minimierung der Funktion aus. Hier kann ein direktes Suchverfahren angewendet werden, z.B. das Verfahren des Goldenen Schnitts [3].

Mit dem beschriebenen Verfahren, das aus einer unterlagerten quadratischen Optimierung der linearen Parameter und einer überlagerten nichtlinearen Optimierung des nichtlinearen Parameters besteht, können die optimalen Parameter f_0^* , m_0^* , m_1^* und l^*T_S des Signalmodells bestimmt werden. Die gesuchte Kontaktkraft zwischen Biegewandler und Anschlag ergibt sich damit zu

$$F_K = M(l_B^*T_S, f_{B0}^*, m_{B0}^*, m_{B1}^*, l_B^*T_S) - M(l_A^*T_S, f_{A0}^*, m_{A0}^*, m_{A1}^*, l_A^*T_S). \quad (15)$$

4 Messergebnisse

Um das Einsatzpotenzial des vorgestellten Messverfahrens zu demonstrieren, wurde für einen Biegewandler des Moduls in Bild 1 die Kontaktkraft bestimmt. Die Blattfeder mit den DMS wurde hierbei über eine Dauer von 2 s mit konstanter Geschwindigkeit verfahren. Während dieses Vorgangs wurde das Kraftsignal $F(kT_S)$ in Abtastintervallen von $T_S=1$ ms erfasst. Als Schwellwert für die Zerlegung wurde das arithmetische Mittel zwischen dem maximalen und dem minimalen gemessenen Wert von $F(kT_S)$ gewählt. Bild 3 zeigt die beiden Signalabschnitte $f_A(kT_S)$ und $f_B(kT_S)$ grau gefärbt; die modellierten Kurven $M(kT_S, f_{A0}^*, m_{A0}^*, m_{A1}^*, l_A^*T_S)$ und $M(kT_S, f_{B0}^*, m_{B0}^*, m_{B1}^*, l_B^*T_S)$ sind schwarz dargestellt sind. Die Vorgehensweisen bei der Identifikation des Modells für den Signalabschnitt $f_A(kT_S)$ und bei der Identifikation des Modells für den Signalabschnitt $f_B(kT_S)$ unterscheiden sich geringfügig, denn aufgrund der Vor-

kenntnis, dass die Steigung der Kraft-Zeit-Charakteristik in Phase 1 des Fahrvorgangs gleich Null ist (vgl. Abschnitt 2), wird für den Parameter m_{A0} – der genau diese Steigung beschreibt – der Wert Null fest vorgegeben. Im weiteren Verlauf wird dieser Parameter für die Optimierung gesperrt.

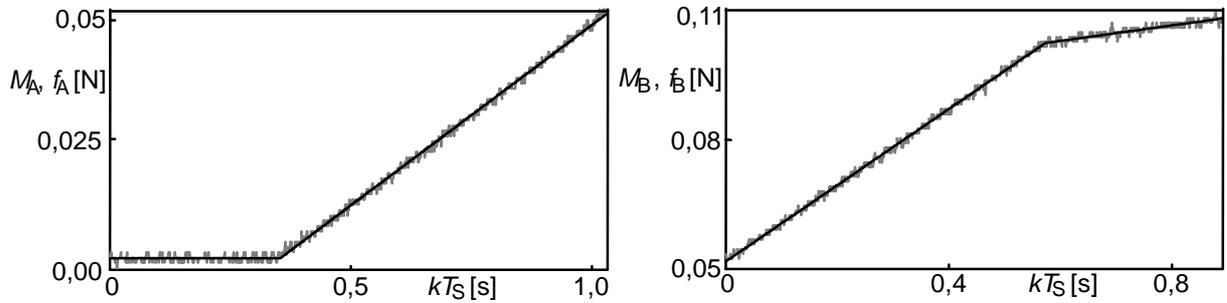


Bild 3: Signalabschnitte $f_A(kT_S)$ und $f_B(kT_S)$ und approximierte Kurvenverläufe

$$M(kT_S, f_{A0}^*, m_{A0}^*, m_{A1}^*, l_A^* T_S) \text{ und } M(kT_S, f_{B0}^*, m_{B0}^*, m_{B1}^*, l_B^* T_S).$$

Trägt man die Gütefunktion $J(lT_S)$ über dem nichtlinearen Parameter lT_S auf, so ergeben sich für die Signalabschnitte $f_A(kT_S)$ und $f_B(kT_S)$ in dem hier beschriebenen Anwendungsfall jeweils unimodale Funktionen [4]. Somit ist gewährleistet, dass das in Abschnitt 3.2.2 beschriebene Optimierungsproblem eine eindeutige Lösung besitzt.

Die durch die Minimierung der Gütefunktionen ermittelten optimalen Modellparameter sind in Tabelle 1 zusammengefasst. Mit Gl. (15) ergibt sich daraus die gesuchte Kontaktkraft zu $F_K = 102 \text{ mN}$.

Signalabschnitt $f_A(kT_S)$	Signalabschnitt $f_B(kT_S)$
$f_{A0}^* = -135 \cdot 10^{-6} \text{ N}$	$f_{B0}^* = 51,714 \cdot 10^{-3} \text{ N}$
$m_{A0}^* = 0 \text{ N/s}$	$m_{B0}^* = 88 \cdot 10^{-3} \text{ N/s}$
$m_{A1}^* = 76 \cdot 10^{-3} \text{ N/s}$	$m_{B1}^* = -70 \cdot 10^{-3} \text{ N/s}$
$l_A^* T_S = 0,353 \text{ s}$	$l_B^* T_S = 0,572 \text{ s}$

Tabelle 1: Optimierte Modellparameter.

Um die gute Reproduzierbarkeit des gemessenen Wertes zu belegen, wurde die Messung unter konstanten Umgebungsbedingungen vielfach wiederholt. Hier

ergab sich in 100 aufeinander folgenden Messungen für die Kontaktkraft ein Mittelwert von $F_K = 102 \text{ mN}$ mit der Standardabweichung $\sigma_F < 1 \text{ mN}$. Die Auswertung erweist sich als unempfindlich gegenüber gleichanteilfreien Störungen, die in dem Messsignal beispielsweise durch Signalrauschen oder durch Schwingungen des mechanischen Aufbaus entstehen.

5 Zusammenfassung

Es wurde ein neuartiges Messverfahren vorgestellt, das die Bestimmung von Kontaktkräften zwischen piezoelektrischen Biegewandlern und festen mechanischen Anschlägen ermöglicht. Zur Durchführung der Messung genügen eine Blattfeder mit applizierten DMS und geeigneter Auswerteelektronik, ein einachsiger Verfahrtschisch sowie ein Rechner zur Auswertung des gemessenen Kraft-Zeit-Verlaufs. Wird die Verfahrenrichtung vom Rechner gesteuert, kann die gesamte Messung automatisiert werden. Durch die parallele Anordnung mehrerer Blattfedern, die gleichzeitig verfahren werden, wird ein hoher Messdurchsatz erreicht. Die Unempfindlichkeit gegenüber gleichanteilfreien Störungen kommt besonders bei der Vermessung von Kräften $< 1 \text{ N}$ zum Tragen, da in diesem Bereich durch Störsignale, die z.B. durch den Einfluss der Verfahrenrichtung selbst oder durch Schwingungsquellen in der Messumgebung entstehen, der Rauschabstand erheblich verschlechtert und somit die Signalauswertung erschwert werden kann.

Literatur

- [1] Argillon GmbH, Geschäftsbereich Piezoprodukte,
URL: <http://www.argillon.com>
- [2] W. Törnig, P. Spellucci: Numerische Mathematik für Ingenieure und Physiker: (Bd.1): Numerische Methoden der Algebra, Berlin: Springer-Verlag, 1988
- [3] M. Papageorgiou: Optimierung: statische, dynamische, stochastische Verfahren für die Anwendung, München, Wien: Oldenbourg-Verlag, 1991
- [4] M. Rissing, K. Kuhnen, H. Janocha: Automatische Messung der Kontaktkraft von piezoelektrischen Biegewandlern, Technisches Messen (tm), 6/2004, S. 358-364