# Automatische Messung der Kontaktkraft von piezoelektrischen Biegewandlern

Michael Ressing, Klaus Kuhnen und Hartmut Janocha, Universität des Saarlandes (LPA)

Manuskripteingang: 02. Februar 2004; zur Veröffentlichung angenommen: 28. März 2004

Das hier vorgestellte automatische Messverfahren ermöglicht die Bestimmung der Kontaktkraft zwischen einem piezoelektrischen Biegewandler, der durch eine elektrische Gleichspannung ausgelenkt wird, und einem steifen Anschlag, der die Auslenkung begrenzt. Dazu wird eine Gegenkraft auf den Biegewandler ausgeübt und so lange kontinuierlich erhöht, bis dieser den Anschlag nicht mehr berührt. Der während dieses Vorgangs aufgezeichnete Kraft-Zeit-Verlauf weist charakteristische Merkmale auf, deren Auswertung die Bestimmung der gesuchten Kontaktkraft ermöglicht. Die Signalverarbeitung basiert auf einem nichtlinearen Signalmodell, dessen Parameter anhand einer unterlagerten quadratischen und einer überlagerten nichtlinearen Optimierung identifiziert werden.

Schlagwörter: Kraftmessung, Kontaktkraft, Signalmodell, Optimierung, Biegewandler, Piezowandler

# Automatic Measurement of the Contact Force of Piezoelectric Benders

The measuring method presented allows to quantify the contact force between a piezoelectric bender which is activated by a dc voltage and a rigid stopper which limits the travel. A force applied to the bender is continuously increased until the structures are no longer in contact. The force-time characteristic of this operation shows typical features which can be analysed to determine the original contact force. The signal analysis is based upon a nonlinear signal model whose parameters are identified by an inner quadratic and an outer nonlinear optimisation process.

**Keywords**: Force measurement, contact force, signal model, optimisation, bending actuator, piezoelectric actuator

#### Einleitung 1

Eine wichtige Betriebsgröße von piezoelektrischen Biegewandlermodulen, wie sie in der Textilindustrie eingesetzt werden [1], ist die statische Kontaktkraft (Anpresskraft), die jeder der Biegewandler erzeugt, wenn er gegen einen mechanischen Anschlag gesteuert wird. Es muss gewährleistet sein, dass Prozesskräfte, die auf den Biegewandler wirken, diesen nicht von dem mechanischen Anschlag abheben. Um im Rahmen der Qualitätssicherung fehlerhafte Module erkennen und austauschen zu können, ist es wichtig, die von den einzelnen Wandlern erzeugten Kontaktkräfte im cN-Bereich zu messen.

Die in Bild 1 gezeigte Messeinrichtung dient zur automatischen Vermessung solcher Biegewandlermodule. Das Messprinzip eignet sich aber auch für andere Messaufgaben, bei denen eine weiche mechanische Struktur - in diesem Fall der Biegewandler - durch eine gesuchte Kontaktkraft FK kraftschlüssig an eine im Vergleich dazu sehr steife mechanische Struktur - in diesem Fall der Anschlag - gekoppelt ist. Die mechanischen Strukturen müssen allerdings lineare Kraft-Weg-Kennlinien, also konstante Steifigkeiten aufweisen. Um die Kontaktkraft zu bestimmen, wird auf den Biegewandler mithilfe einer geeigneten Vorrichtung eine veränderbare Gegenkraft aufgebracht, sodass die Kontaktkraft zwischen den beiden Strukturen verringert werden kann. Die aufgebrachte Kraft wird so lange erhöht, bis die Strukturen sich voneinander lösen. Die während dieses Vorgangs gemessene Kraft-Zeit-



Bild 1: Automatisierte Messeinrichtung zur Bestimmung der statischen Kontaktkraft zwischen piezoelektrischem Biegewandler und Anschlag. Figure 1: Automated measurement device for determining the static contact force between piezoelectric bender and rigid stopper.

Kennlinie weist charakteristische Merkmale auf, deren Auswertung die Ermittlung der gesuchten Kontaktkraft ermöglicht. Die Signalauswertung basiert auf einem nichtlinearen Signalmodell, dessen Parameter durch eine unterlagerte quadratische Optimierung und eine überlagerte nichtlineare Optimierung identifiziert werden. Aufgrund dieser Vorgehensweise erweist sich das Messverfahren als sehr störsicher gegenüber gleichanteilfreien Signalstörungen, die sich, z. B. hervorgerufen durch Schwingungsquellen in der Messumgebung, dem Nutzsignal überlagern.

# 2 Messung der Kraft-Zeit-Charakteristik

Zur Erzeugung der externen Kraft wird eine Blattfeder mit linearer Kraft-Weg-Charakteristik verwendet, die mit konstanter Geschwindigkeit v in Richtung der aufzubringenden Kraft verfahren wird (vgl. Bilder 1 und 2). Auf der Blattfeder applizierte Dehnungsmessstreifen (DMS) werden als Vollbrücke verschaltet, die eine kraftproportionale elektrische Spannung liefert. Aufgrund der konstanten Verfahrgeschwindigkeit v weist das während der Bewegung gemessene Kraftsignal stückweise lineare Kraft-Zeit-Charakteristika mit unterschiedlichen Steigungen auf, die sich aus den in der jeweiligen Kontaktsituation (vgl. Bild 2) wirkenden Steifigkeiten ergeben.

Bild 3 zeigt das mechanische Schema der gegebenen Anordnung aus Biegewandler, Anschlag und Blattfeder. Im Ersatzmodell werden die wirkenden Biegesteifigkeiten als lineare Federn nachgebildet, wobei der



Bild 2: Messverfahren und resultierende Kraft-Zeit-Kennlinie. Figure 2: Measuring method and resulting forcetimecharacteristic.

Technisches Messen 71 (2004) 6

Näherung

$$F_{\rm B1} \approx {\rm konst.}$$
 (3)

Phase  $F = F_{B2} > 0$ . Während des Kontakts zwischen

Biegewandler und Anschlag gilt wegen  $c_A \gg c_{B1}$  die

Somit folgt aus Gl. (1)-(3) für die Kraftänderungen  $\Delta F = \Delta F_{B2} = -\Delta F_A$ . Die zu Beginn von Phase 2 wirkende Kontaktkraft  $F_A$  entspricht deshalb genau der am Ende von Phase 2 gemessenen Kraft F. Da die Steifigkeit des Anschlags cA sehr viel höher ist als die Steifigkeiten der Blattfeder cs und des Biegewandlers  $c_{\rm B2}$ , wird die Steigung der Kraft-Zeit-Kennlinie in Phase 2 in erster Näherung von der Reihenschaltung aus  $c_{\rm S}$  und  $c_{\rm B2}$  bestimmt. In Phase 3, nachdem der Biegewandler vom Anschlag abgehoben wurde, wird die Steigung der Kraft-Zeit-Kennlinie durch die Reihenschaltung von  $c_{\rm S}$ ,  $c_{\rm B2}$  und  $c_{\rm B1}$  bestimmt. Dies führt zu einer Abflachung der Kennlinie. Die am Ende von Phase 2 gemessene Kraft F ist unabhängig vom Wert der Steifigkeit c<sub>B2</sub> und damit vom Kraftangriffspunkt der Blattfeder am Biegewandler. Dieser Aspekt ist von grundsätzlicher Bedeutung, da die Bestimmung der Kontaktkraft auf diese Weise unabhängig von Justageungenauigkeiten zwischen Biegewandler und Blattfeder automatisiert durchgeführt werden kann

## 3 Auswertung der Kraft-Zeit-Charakteristik

Die während des Verfahrvorgangs aufgezeichnete Kraft-Zeit-Kennlinie F(t) ermöglicht die Bestimmung der Kontaktkraft F<sub>K</sub> zwischen Biegewandler und Anschlag. F<sub>K</sub> entspricht genau der Differenz der Kräfte in den beiden Zeitpunkten, die den Übergang zwischen den Phasen 2 und 3 bzw. den Phasen 1 und 2 des Verfahrvorgangs markieren. Diese Übergänge sind in F(t)als Knickpunkte im Signalverlauf zu erkennen (vgl. Bild 2). Um diese Knickpunkte bzw. die zugehörigen Kraftwerte auch in verrauschten Messsignalen präzise bestimmen zu können, wird F(t) in die beiden Signalabschnitte  $f_A(t)$  und  $f_B(t)$  zerlegt, welche anschließend separat modelliert werden (vgl. Bild 5 und Bild 6). Dabei muss sichergestellt werden, dass  $f_A(t)$ und  $f_{\rm B}(t)$  jeweils genau zwei lineare Signalabschnitte mit unterschiedlichen Steigungen enthalten. Dies wird erreicht, indem der gesamte Signalverlauf etwa in der Mitte der Phase 2 aufgetrennt wird, z. B. auf Basis eines Schwellwertverfahrens mit den Parametern  $\max(F(t))$ und  $\min(F(t))$ .



**Bild 3**: Mechanisches Schema und Ersatzschaltbild.

Figure 3: Mechanical arrangement and equivalent circuit.

Biegewandler durch die Reihenschaltung zweier Biegesteifigkeiten beschrieben wird. Die Steifigkeit  $c_{B1}$ beschreibt die Biegesteifigkeit des Biegewandlers vom Ort der festen Einspannung bis zu dem Punkt, an dem sich der Biegewandler und der Anschlag bei Kontakt berühren. Die Steifigkeit  $c_{B2}$  modelliert die Biegesteifigkeit des Biegewandlers vom Kontaktpunkt des Anschlages bis zum Kontaktpunkt der Blattfeder. Die Steifigkeit  $c_{\rm S}$  beschreibt die Biegesteifigkeit der Blattfeder. Die elastischen Eigenschaften des Anschlags werden durch die Steifigkeit  $c_{\rm A}$  nachgebildet, wobei hier  $c_{\rm A} \gg c_{\rm S}, c_{\rm B2} \gg c_{\rm B1}$  vorausgesetzt werden kann. Das Element S beschreibt den Kontakt zwischen Biegewandler und Anschlag, während das Element P den Kontakt zwischen Blattfeder und Biegewandler modelliert. Die Kraft  $F_0$  entspricht dem Biegemoment, das aufgrund des inversen piezoelektrischen  $d_{31}$ -Effektes in den beiden piezoelektrischen Keramikschichten des Biegebalkens entsteht. Diese Kraft kann bei konstanter Ansteuerspannung U des Biegewandlers als konstante Quellgröße angesehen werden.

Mit den in Bild 3 definierten Größen gilt

$$F_{\rm B1} + F_{\rm A} - F_{\rm B2} = F_0 = \text{konst.}$$
 (1)

und

$$F = F_{\rm B2} \,. \tag{2}$$

In Phase 1 des Verfahrvorgangs berührt die Blattfeder den Biegewandler noch nicht. Die erfasste Kraft F ist

## 3.1 Abschnittsweise Modellierung

Im Falle einer Automatisierung des Verfahrens erfolgen die Steuerung des Linearvorschubs und die Auswertung des Messsignals mit Rechnerhilfe. Aus diesem Grund ist es nötig, die kontinuierliche Kraft-Zeit-Charakteristik F(t) durch Abtastung zeitlich zu diskretisieren. Werden zur Abtastung beispielsweise Abtast-Halte-Glieder nullter Ordnung verwendet, gilt

$$F(t) = F(kT_{\rm S}),$$
  

$$f_{\rm A}(t) = f_{\rm A}(kT_{\rm S}) \quad \text{und} \qquad (4)$$
  

$$f_{\rm B}(t) = f_{\rm B}(kT_{\rm S})$$

mit dem konstanten Abtastintervall T<sub>S</sub> und  $k \in \{0, 1, \dots, N-1\}$ . Die Modellierung der einzelnen Signalabschnitte erfolgt ebenfalls zeitdiskret in der Form

$$M(kT_{\rm S}, f_0, m_0, m_1, T) = f_0 + m_0 kT_{\rm S} + m_1 R(kT_{\rm S}, T)$$
(5)

mit

$$R(kT_{\rm S},T) = \begin{cases} 0, & \text{für } kT_{\rm S} < T\\ kT_{\rm S} - T, & \text{für } kT_{\rm S} \ge T \end{cases}.$$
(6)

Die Funktion  $M(kT_S, f_0, m_0, m_1, T)$  ist linear abhängig von den Parametern  $f_0, m_0$  und  $m_1$ . Diese werden nachfolgend als lineare Parameter bezeichnet. fo stellt den Gleichanteil dar,  $m_0$  die Steigung des ersten Geradenabschnitts und  $(m_0 + m_1)$  die Steigung des zweiten Geradenabschnitts. Die Funktion  $R(kT_S, T)$  ist nichtlinear abhängig vom Parameter T. Er kennzeichnet die zeitliche Lage des Knickpunkts im Signalverlauf und wird in den folgenden Ausführungen als nichtlinearer Parameter bezeichnet. Aufgrund dieser Modellstruktur erfolgt die Modellidentifikation anhand einer unterlagerten quadratischen Optimierung von  $f_0, m_0$  und  $m_1$  und einer überlagerten nichtlinearen Optimierung von T.

## 3.2 Modellidentifikation

Als Gütefunktion zur Optimierung der Modellparameter wird die Summe der Fehlerquadrate  $J(f_0, m_0, m_1, T)$ mit

$$J(f_0, m_0, m_1, T) = \sum_{k=0}^{N-1} (M(kT_{\rm S}, f_0, m_0, m_1, T) -f(kT_{\rm S}))^2$$
(7)

definiert, wobei sich die Fehler in den Abtastzeitpunkten  $kT_{\rm S}$  jeweils aus der Differenz zwischen dem vom Modell berechneten Wert  $M(kT_S, f_0, m_0, m_1, T)$  und dem

gemessenen Wert  $f(kT_{\rm S})$  ergeben. Die Minimierung von  $J(f_0, m_0, m_1, T)$  wird in der Form

$$\underbrace{\min_{T \in [0, (N-1)T_{\mathrm{S}}]} \left\{ \underbrace{\min_{(f_0, m_0, m_1)^{\mathrm{T}} \in \mathbb{R}^3} \left\{ J\left(f_0, m_0, m_1, T\right) \right\}}_{\text{quadratische Optimierung}} \right\}}_{\text{quadratische Optimierung}}$$
(8)

nichtlineare Optimierung

durchgeführt; der quadratischen Optimierung ist also eine nichtlineare Optimierung überlagert.

### 3.2.1 Quadratische Optimierung der linearen Parameter

Für die unterlagerte quadratische Optimierung der linearen Parameter  $f_0, m_0$  und  $m_1$  wird der nichtlineare Parameter T als konstant angenommen. Da der zu modellierende Signalverlauf zeitdiskret vorliegt, ist es sinnvoll, auch T zeitlich zu diskretisieren mit  $T = lT_S$ und  $l \in \{0, 1, \dots, N-1\}$ . Somit gestaltet sich die unterlagerte quadratische Optimierung an der Stelle IT<sub>S</sub> zu

$$\min_{(f_0, m_0, m_1)^{\mathrm{T}} \in \mathbb{R}^3} \left\{ J\left(f_0, m_0, m_1\right)|_{T = lT_{\mathrm{S}}} \right\}$$
(9)

mit

$$J(f_0, m_0, m_1,)|_{T=IT_{\rm S}} = \sum_{k=0}^{N-1} \left[ M(kT_{\rm S}, f_0, m_0, m_1, lT_{\rm S}) - f(kT_{\rm S}) \right]^2.$$
(10)

Fasst man die Abtastwerte von  $M(kT_S, f_0, m_0, m_1, lT_S)$ in dem N-dimensionalen Signalvektor M zusammen, lassen sich die Gleichungen (5) und (6) in Abhängigkeit von dem nichtlinearen zeitdiskreten Parameter  $lT_{\rm S}$ entsprechend

$$\underbrace{\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1 & T_{S} & 0 \\ 1 & 2T_{S} & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ 1 & lT_{S} & 0 \\ 1 & (l+1) T_{S} & T_{S} \\ 1 & (l+2) T_{S} & 2T_{S} \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ 1 & (N-1) T_{S} & (N-1-l) T_{S} \end{pmatrix}}_{A \in \mathbb{R}^{N \times 3}} \cdot \begin{pmatrix} f_{0} \\ m_{0} \\ m_{1} \end{pmatrix} = M|_{T = lT_{S}}$$

$$1 \quad 0 \le l \le N - 1 \tag{11}$$

zusammenfassen. Die zur Minimierung von Gleichung (10) notwendigen Bedingungen

$$\frac{\partial J}{\partial f_0} = 0, \quad \frac{\partial J}{\partial m_0} = 0 \quad \text{und} \quad \frac{\partial J}{\partial m_1} = 0$$
 (12)

führen zu dem Normalgleichungssystem

$$\begin{pmatrix} \mathbf{A}^{\mathrm{T}}\mathbf{A} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} f_{0} \\ m_{0} \\ m_{1} \end{pmatrix} = \mathbf{A}^{\mathrm{T}}\mathbf{f}$$
 (13)

mit dem N-dimensionalen Signalvektor f, der die Abtastwerte von  $f(kT_S)$  enthält. Das Normalgleichungssystem ist eindeutig lösbar, falls die Spalten der Matrix A linear unabhängig sind. Dies ist bis auf die Ausnahmen l = 0 und l = (N - 1) immer der Fall. Für l = 0 sind die zweite und die dritte Spalte von A identisch, für l = (N-1) wird die dritte Spalte zum Nullvektor. Diese beiden Werte von l werden bei der überlagerten nichtlinearen Optimierung von vornherein nicht berücksichtigt, da sie aufgrund der Problemstellung nicht als optimaler Parameter  $l^*T_S$  in Frage kommen. Die Lösung des Normalgleichungssystems (13) wird mit dem Householder-Algorithmus ermittelt [2].

#### 3.2.2 Nichtlineare Optimierung des nichtlinearen Parameters

Die übergeordnete nichtlineare Optimierung des nichtlinearen Parameters  $lT_{\rm S}$  in der Form

$$\min_{lT_{S} \in \left[1, (N-2)T_{S}\right]} \left\{ J\left(lT_{S}\right) \right\}$$
(14)

besteht in der Minimierung der eindimensionalen Funktion  $J(lT_S)$  über dem Intervall  $l \in [1, N-2]$ . Da  $J(lT_S)$ nach l nicht differenzierbar ist, ist die Anwendung ableitungsbasierter Verfahren für die Minimierung der Funktion nicht zulässig. Daher wird ein direktes Suchverfahren verwendet, z. B. das Verfahren des Goldenen Schnitts [3]. Die Vorgehensweise wird nachfolgend beschrieben. Das betrachtete Startintervall  $[a_0, b_0]$ , welches den gesuchten Minimalpunkt l\* enthält, wird schrittweise so verkleinert, dass das jeweils neue Teilintervall den Minimalpunkt l\* enthält. Dieser Vorgang wird so lange wiederholt, bis die Länge des neuen Teilintervalls eine vorgegebene Toleranzgrenze  $\varepsilon > 0$ unterschreitet. Im Intervall  $[a_0, b_0]$  werden die Punkte

$$\lambda_0 = a_0 + (1 - \alpha) (b_0 - a_0),$$
  

$$\mu_0 = a_0 + \alpha (b_0 - a_0)$$
(15)  
mit  $\alpha = \frac{1}{2} (\sqrt{5} - 1) \approx 0,618$ 

ermittelt. Das entspricht einer Teilung nach dem Goldenen Schnitt. Da aufgrund der zeitlichen Diskretisierung von  $J(lT_S)$  nur ganzzahlige Werte für die  $\lambda_i$  und  $\mu_i$  in Frage kommen, wird der Wert für  $\lambda_i$  immer zum nächst tieferen und der Wert für  $\mu_i$  immer zum nächst höheren

ganzzahligen Wert ab- bzw. aufgerundet. Es sind zwei Fälle zu unterscheiden:

a) 
$$J(\lambda_0) < J(\mu_0) \Rightarrow a_1 = a_0, b_1 = \mu_0, \mu_1 = \lambda_0$$
  
b)  $J(\lambda_0) \ge J(\mu_0) \Rightarrow a_1 = \lambda_0, b_1 = b_0, \lambda_1 = \mu_0.$  (16)

Ist  $b_1 - a_1 > \varepsilon$ , so wird das beschriebene Verfahren mit dem Intervall  $[a_1, b_1]$  wiederholt, wobei einer der Werte  $J(\lambda_0)$  (Fall a) bzw.  $J(\mu_0)$  (Fall b) wieder verwendet werden kann.

Mit dem beschriebenen Verfahren, das aus einer unterlagerten quadratischen Optimierung der linearen Parameter und einer überlagerten nichtlinearen Optimierung des nichtlinearen Parameters besteht, können die optimalen Parameter  $f_0^*, m_0^*, m_1^*$  und  $l^*T_S$ des Signalmodells bestimmt werden.

Sind die Signalmodelle der beiden Signalabschnitte  $f_{\rm A}(kT_{\rm S})$  und  $f_{\rm B}(kT_{\rm S})$  identifiziert, kann die gesuchte Kontaktkraft F<sub>K</sub> zwischen Biegewandler und Anschlag mit

$$F_{\rm K} = M \left( l_{\rm B}^* T_{\rm S}, f_{\rm B0}^*, m_{\rm B0}^*, m_{\rm B1}^*, l_{\rm B}^* T_{\rm S} \right) -M \left( l_{\rm A}^* T_{\rm S}, f_{\rm A0}^*, m_{\rm A0}^*, m_{\rm A1}^*, l_{\rm A}^* T_{\rm S} \right)$$
(17)

berechnet werden.

## 4 Messergebnisse

Um das Einsatzpotenzial des vorgestellten Messverfahrens zu demonstrieren, wurde für einen einzelnen Biegewandler des Moduls in Bild 1 die Kontaktkraft bestimmt. Die Blattfeder mit den DMS wurde hierbei über eine Dauer von 2 s mit konstanter Geschwindigkeit verfahren. Während dieses Vorgangs wurde das Kraftsignal in Abtastintervallen von  $T_{\rm S} = 1$  ms erfasst. Bild 4 zeigt die gemessene Kraft-Zeit-Kennlinie  $F(kT_S)$ .

Als Schwellwert für die Zerlegung von  $F(kT_S)$ wurde das arithmetische Mittel zwischen dem maximalen und dem minimalen gemessenen Wert von  $F(kT_S)$ 



**Bild 4**: Gemessene Kraft-Zeit-Kennlinie  $F(kT_S)$ . Figure 4: Measured force-timecharacteristic  $F(kT_{\rm S})$ .

gewählt. Die resultierenden Signalabschnitte  $f_A(kT_S)$ und  $f_B(kT_S)$  sind in Bild 5 und Bild 6 grau gefärbt; die modellierten Kurven  $M(kT_S, f_{A0}^*, m_{A0}^*, m_{A1}^*, l_A^*T_S)$  und  $M(kT_S, f_{B0}^*, m_{B0}^*, m_{B1}^*, l_B^*T_S)$  sind schwarz dargestellt.

Die Vorgehensweise bei der Identifikation des Modells für den Signalabschnitt  $f_A(kT_S)$  unterscheidet sich geringfügig von der Identifikation des Modells für den Signalabschnitt  $f_B(kT_S)$ , denn aufgrund der Vorkenntnis, dass die Steigung der Kraft-Zeit-Charakteristik in Phase 1 des Verfahrvorgangs gleich null ist (vgl. Abschnitt 2), wird für den Parameter  $m_{A0}$  – der gerade diese Steigung beschreibt – der Wert null fest vorgegeben. Im weiteren Verlauf wird dieser Parameter für die Optimierung gesperrt.

Die Bilder 7 und 8 zeigen jeweils die Gütefunktion  $J(lT_S)$  für die Signalabschnitte  $f_A(kT_S)$  und  $f_B(kT_S)$ . Man erkennt, dass in dem hier beschriebenen Anwendungsfall jeweils eine eindeutige Lösung des



**Bild 5:** Signalabschnitt  $f_A(kT_S)$ und approximierter Kurvenverlauf  $M_A(kT_S) = M(kT_S, f_{A0}^*, m_{A0}^*, m_{A1}^*, l_A^*T_S)$ . **Figure 5:** Signal section  $f_A(kT_S)$  and fitted curve  $M_A(kT_S) = M(kT_S, f_{A0}^*, m_{A0}^*, m_{A1}^*, l_A^*T_S)$ .



**Bild 6**: Signalabschnitt  $f_{\rm B}(kT_{\rm S})$ und approximierter Kurvenverlauf  $M_{\rm B}(kT_{\rm S}) = M(kT_{\rm S}, f_{\rm B0}^*, m_{\rm B0}^*, m_{\rm B1}^*, l_{\rm B}^*T_{\rm S}).$ **Figure 6**: Signal section  $f_{\rm B}(kT_{\rm S})$  and fitted curve  $M_{\rm B}(kT_{\rm S}) = M(kT_{\rm S}, f_{\rm B0}^*, m_{\rm B0}^*, m_{\rm B1}^*, l_{\rm B}^*T_{\rm S}).$ 



**Bild 7**: Gütefunktion  $J_A(l_A T_S) = J(f_{A0}^*, m_{A0}^*, m_{A1}^*, l_A T_S)$ . **Figure 7**: Quality function  $J_A(l_A T_S) = J(f_{A0}^*, m_{A0}^*, m_{A1}^*, l_A T_S)$ .



Optimierungsproblems besteht. Aufgrund dessen ist sichergestellt, dass das in Abschnitt 3.2.2 beschriebene Verfahren des Goldenen Schnitts dieses eindeutige Minimum detektiert. Zur Minimierung von  $J(l_{\rm A}T_{\rm S})$  benötigt der Algorithmus 14 Iterationen, für  $J(l_{\rm B}T_{\rm S})$  13 Iterationen.

Die durch die Minimierung der Gütefunktionen ermittelten optimalen Modellparameter sind in Tabelle 1 angegeben. Mit Gl. (17) ergibt sich daraus die gesuchte Kontaktkraft zu  $F_{\rm K} = 102$  mN.

Um die gute Reproduzierbarkeit des gemessenen Wertes zu belegen, wurde die Messung unter konstanten Umgebungsbedingungen vielfach wiederholt. Hier ergab sich für die Kontaktkraft  $F_{\rm K} = 102$  mN in 100 aufeinander folgenden Messungen eine Standardabweichung  $\sigma_{\rm F} < 1$  mN. Da die Auswertung der Kraft-Zeit-Charakteristik auf der Basis einer Modellidentifikation erfolgt, ist das beschriebene Messverfahren unempfindlich gegenüber gleichanteilfreien Störungen, die beispielsweise durch Signalrauschen oder

| Signalabschnitt $f_A(kT_S)$                   | Signalabschnitt $f_{\rm B}(kT_{\rm S})$         |
|---|---|
| $f^*_{\rm A0} = -135 \cdot 10^{-6}  \rm N$    | $f_{\rm B0}^* = 51,714 \cdot 10^{-3} \text{ N}$ |
| $m_{\rm A0}^*=0{\rm N/s}$                     | $m_{\rm B0}^* = 88 \cdot 10^{-3} \text{ N/s}$   |
| $m_{\rm A1}^* = 76 \cdot 10^{-3} \text{ N/s}$ | $m_{\rm B1}^* = -70 \cdot 10^{-3} \ {\rm N/s}$  |
| $l_{\rm A}^* T_{\rm S} = 0,353  {\rm s}$      | $l_{\rm B}^* T_{\rm S} = 0,572  {\rm s}$        |

Tabelle 1: Optimierte Modellparameter.Table 1: Optimised model parameters.

durch Schwingungen des mechanischen Aufbaus in dem Messsignal entstehen.

# 5 Zusammenfassung

Es wurde ein Messverfahren vorgestellt, das die Bestimmung der Kontaktkraft zwischen piezoelektrischen Biegewandlern und festen mechanischen Anschlägen ermöglicht. Zur Durchführung der Messung sind eine Blattfeder mit applizierten DMS und geeigneter Auswerteelektronik, eine Einrichtung, die das Federelement mit konstanter Geschwindigkeit verfährt, sowie ein Rechner zur Auswertung des gemessenen Kraft-Zeit-Verlaufs notwendig. Wird die Verfahreinrichtung vom Rechner gesteuert, kann die gesamte Messung automatisiert werden. Durch die parallele Anordnung mehrerer Blattfedern, die simultan verfahren werden (vgl. Bild 1), wird ein hoher Messdurchsatz erreicht. Das Verfahren eignet sich prinzipiell für Messaufgaben, bei denen eine vergleichsweise weiche mechanische Struktur durch die gesuchte Kontaktkraft FK kraftschlüssig an eine steife mechanische Struktur gekoppelt ist. Die geringe Empfindlichkeit gegenüber gleichanteilfreien Störungen kommt besonders bei der Vermessung von Kräften < 1 N zum Tragen, da in diesem Fall Störsignale, wie sie z. B. durch den Einfluss der Verfahreinrichtung selbst oder durch Schwingungsquellen in der Messumgebung entstehen, den Rauschabstand erheblich verschlechtern und somit die Signalauswertung erschweren können.

### Literatur

- [1] Argillon GmbH, Geschäftsbereich Piezoprodukte. URL: http://www.argillon.com.
- [2] W. Törnig, P. Spellucci: Numerische Mathematik für Ingenieure und Physiker (Bd. 1): Numerische Methoden der Algebra. 2. Aufl., Berlin 1988. ISBN 3-540-19192-5. S. 141ff.
- [3] M. Papageorgiou: Optimierung: statische, dynamische, stochastische Verfahren f
  ür die Anwendung. M
  ünchen, Wien 1991. ISBN 3-486-21799-2. S. 26ff.



1 Dipl.-Ing. Michael Ressing ist wissenschaftlicher Mitarbeiter am Lehrstuhl für Prozessautomatisierung (LPA) der Universität des Saarlandes. Seine Hauptarbeitsgebiete sind die Festkörperaktorik,

-sensorik und die dazugehörige Leistungselektronik.

**2 Dr.-Ing. Klaus Kuhnen** ist wissenschaftlicher Assistent am Lehrstuhl für Prozessautomatisierung (LPA) der Universität des Saarlandes.

Seine Hauptarbeitsgebiete sind mechatronische Systeme mit aktiven Materialien, die Festkörperaktorik und -sensorik sowie die Modellbildung, Identifikation und Steuerung hysterese- und kriechbehafteter Systeme. Zu seinen Forschungsinteressen gehören außerdem die adaptive Steuerungs- und Regelungstechnik.

**3 Prof. Dr.-Ing. Hartmut Janocha** ist Inhaber des Lehrstuhls für Prozessautomatisierung (LPA) der Universität des Saarlandes und Direktionsmitglied im Zentrum für Innovative Produktion (ZIP Saarland). Seine Hauptarbeitsgebiete sind Steuern/Regeln von Maschinen und Prozessen, Prozessmesstechnik, Aktorik und Robotik mit Bildverarbeitung. **Adresse**: Universität des Saarlandes, Gebäude 13, Lehrstuhl für Prozessautomatisierung, 66123 Saarbrücken, Tel.: +49 (0)681 302 2694, E-Mail: janocha@lpa.uni-saarland.de