

Nutzung der inhärenten sensorischen Eigenschaften von piezoelektrischen Aktoren

K. Kuhnen; H. Janocha

Lehrstuhl für Prozeßautomatisierung (LPA), Universität des Saarlandes

Im Stadtwald, Gebäude 13, 66041 Saarbrücken

Tel: 0681 / 302-4715, Fax: 0681 / 302-2678

e-mail: klaus@lpa.uni-sb.de

1 Einleitung

Piezoelektrische Festkörperwandler sind in der Lage, nahezu verzögerungsfrei elektrische in mechanische und mechanische in elektrische Energie umzuwandeln; sie werden deshalb industriell sowohl als Aktoren wie auch als Sensoren eingesetzt. Seit einiger Zeit versucht man nun, die den piezoelektrischen Wandlern aufgrund werkstoffphysikalischer Gesetzmäßigkeiten innewohnenden Sensoreffekte auch im aktorischen Betrieb zu nutzen und damit externe Sensoren überflüssig zu machen. Diese inhärenten Sensorfähigkeiten verringern den Aufwand, um Informationen über das aktuelle Aktorverhalten zu erhalten. Dadurch wird es einfacher, beispielsweise Lageregelkreise aufzubauen, den Einfluß unterschiedlicher Lasten auf das statische und dynamische Übertragungsverhalten zu kompensieren oder frühzeitig Verschleiß- und Alterungserscheinungen im Wandler detektieren zu können.

Allerdings ist insbesondere beim Einsatz als Aktor, wo der Wandler zur Erzeugung möglichst großer Stellwege mit hohen Spannungsamplituden angesteuert werden muß, sein Übertragungsverhalten stark nichtlinear und es wird maßgeblich durch kriech- und hysteresebehaftete Anteile geprägt. Diese überlagern die eigentliche Sensorinformation, so daß für eine hinreichend genaue On-line-Meßwertgewinnung spezielle echtzeitfähige Algorithmen entwickelt werden müssen.

Vor diesem Hintergrund hat der vorliegende Aufsatz zwei Ziele. Zum einen sollen die zur selben Zeit und am selben Ort vorhandenen sensorischen und aktorischen Fähigkeiten von piezoelektrischen Aktoren, die dann häufig auch als smarte Aktoren bezeichnet werden, in grundsätzlicher Weise mathematisch dargestellt werden. Hierbei wird von einer sehr allgemein gültigen, operatorbasierten Beschreibungsmöglichkeit für piezoelektrische Aktoren Gebrauch gemacht. Im Rahmen dieser Darstellung wird darüber hinaus ein neues, am LPA erarbeitetes Beschreibungsmodell präsentiert, das gleichzeitig mit der Kennlinienhysterese auch die bisher vernachlässigten Kriecheinflüsse berücksichtigt.

2 Konzept smarterer piezoelektrischer Aktoren

In den meisten technischen Anwendungen werden piezoelektrische Aktoren als Stapelwandler eingesetzt. In diesem Fall läßt sich die elektrische und die mechanische Energieform jeweils durch

das Produkt zweier integraler physikalischer Größen beschreiben, über die der piezoelektrische Wandler mit seiner elektrischen und seiner mechanischen Umgebung in Wechselwirkung steht. Diese Größen sind auf der elektrischen Seite die Spannung $u(t)$ und die Ladung $q(t)$ und auf der mechanischen Seite die Kraft $f(t)$ und die Auslenkung $s(t)$. Welche beiden der elektrischen und mechanischen Größen als eingepreßt oder unabhängig und welche beiden als abhängig angesehen werden können, hängt von den elektrischen und den mechanischen Betriebsbedingungen des Wandlers und damit von dem jeweiligen Einsatzfall ab. Damit stehen sich prinzipiell vier Möglichkeiten zur Beschreibung des Wandlerverhaltens durch die wechselseitige Verknüpfung der physikalischen Größen gleichwertig gegenüber, von denen die folgende am häufigsten Anwendung findet.

$$q(t) = \mathbf{G}_s[u(t), f(t)] \quad (1)$$

$$s(t) = \mathbf{G}_a[u(t), f(t)] \quad (2)$$

In diesem Gleichungssystem wird das Übertragungsverhalten des Wandlers durch die beiden Operatoren \mathbf{G}_s und \mathbf{G}_a beschrieben, die auf eine noch näher zu spezifizierende Weise die Zeitsignale der unabhängigen elektrischen und mechanischen Größen in eindeutiger Weise auf die Zeitsignale der abhängigen elektrischen und mechanischen Größen abbilden. Es handelt sich dabei um eine allgemeingültige Darstellung des Systemverhaltens, bei der die wechselseitige Verkopplung der elektrischen und mechanischen Größen und die damit verbundene Möglichkeit, gleichzeitig Sensor- und Aktorfunktionen im selben Material nutzen zu können, auch auf systemtheoretischer Ebene zum Ausdruck kommt.

Die qualitativen Übertragungseigenschaften der beiden Operatoren hängen entscheidend von dem elektrischen und dem mechanischen Aussteuerbereich des Wandlers ab. Während bei Aussteuerung mit kleinen Spannungs- und Kraftamplituden lineare Systemgleichungen eine gute Näherung für das reale Übertragungsverhalten darstellen, wird dieses bei Aussteuerung mit hohen Spannungs- und kleinen Kraftamplituden vor allem von elektrisch induzierten Domänenprozessen bestimmt, die makroskopisch zu einem ausgeprägten Hysterese- und Kriechverhalten führen. Das Kriechverhalten wird durch die Teilbilder 1c und 1d verdeutlicht, in denen der zeitliche Verlauf der Ladung $q(t)$ und der Auslenkung $s(t)$ eines piezoelektrischen Wandlers in Abhängigkeit der Spannung $u(t)$ nach Teilbild 1a bei zeitlich konstanter Kraft $f(t)$ nach Teilbild 1b dargestellt ist. Das Hystereseverhalten wird deutlicher mit Hilfe der Teilbilder 1e und 1f erkennbar, da hier die Ladung $q(t)$ und die Auslenkung $s(t)$ über der Spannung $u(t)$ als Trajektorien aufgetragen sind.

Das ausgeprägte Verzweigungsverhalten der Trajektorien in den Teilbildern 1e und 1f resultiert dabei maßgeblich aus einem statischen, hysteresehafteten Übertragungsanteil des Wandlers. Das zeitabhängige Driften des Auslenkungssignals und des Ladungssignals in den Teilbildern 1c und 1d resultiert aus einem dynamischen Übertragungsanteil des Wandlers, der dem Werkstoffkriechen sehr ähnlich ist und daher als elektrisches bzw. elektromechanisches Kriechen bezeichnet werden kann. Dieser für die Aktorik typische Betriebsfall kann durch skalare Hysterese- und Kriechoperatoren beschrieben werden, die den Einfluß der globalen Vorgeschichte des Spannungssignals auf das Ladungssignal und das Auslenkungssignal hinreichend genau berücksichtigen können [2]. Der zusätzliche Einfluß der Kraft kann dabei durch eine lineare Überlagerung berücksichtigt werden.

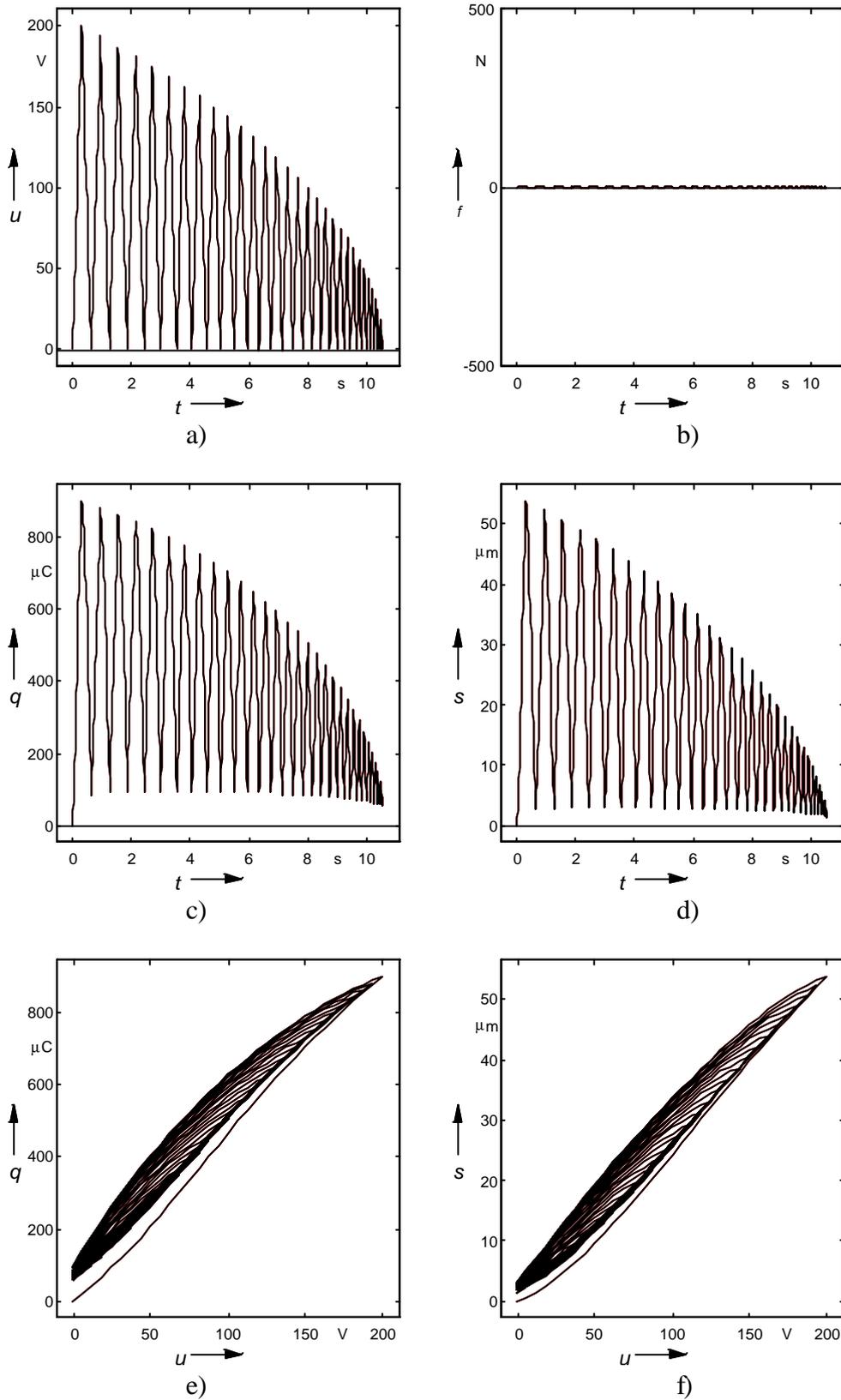


Bild 1: Gemessenes Übertragungsverhalten eines piezoelektrischen Wandlers bei elektrischer Großsignalaussteuerung (Erläuterung im Text).

Wirken auf den Wandler jedoch neben hohen Spannungs- zusätzlich hohe Kraftamplituden ein, kommt es innerhalb der Keramik zu mechanisch induzierten, ferroelastischen Umklappprozessen [6], deren Einfluß nicht hinreichend genau durch eine lineare Überlagerung erfaßt werden kann. Dieser allgemeinste Betriebsfall, der mit Hilfe der Operatorgleichungen (1) und (2) beschrieben wird, erfordert den Einsatz vektorieller Hysterese- und Kriechoperatoren [1].

Der Grundgedanke zur Realisierung eines smarten Aktors ist in Bild 2 für den Fall dargestellt, daß die Spannung $u(t)$ und die Kraft $f(t)$ die unabhängigen Größen sind. Im aktorischen Betrieb werden die Spannung $u(t)$ und die Ladung $q(t)$ zu jedem Zeitpunkt durch geeignete Sensoren erfaßt. Aus dieser Information sollen die als nicht meßbar vorausgesetzten mechanischen Größen Kraft $f(t)$ und Auslenkung $s(t)$ rekonstruiert werden. Dazu wird ein mathematisches Rekonstruktionsmodell benötigt, das auf den beschreibenden Wandlergleichungen, also dem Sensormodell (1) und dem Aktormodell (2), basiert.

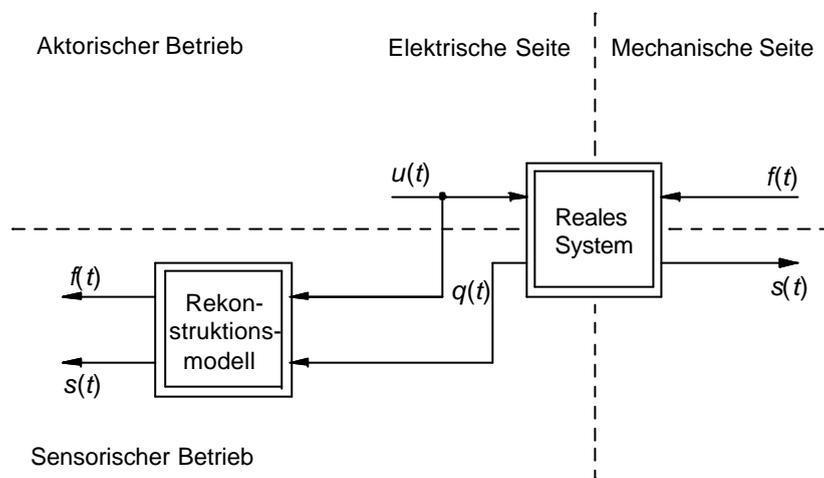


Bild 2: Piezoelektrischer Wandler als smarter Aktor

Die Rekonstruktion der mechanischen Größen geschieht nun in zwei Schritten. Zunächst erfolgt die Realisierung eines inversen Operators bezüglich des q - f -Zusammenhangs mit der Spannung als Parameter auf der Basis des Sensormodells (1). Mit Hilfe dieses inversen Operators kann die Kraft $f(t)$ rekonstruiert werden:

$$f(t) = \mathbf{G}_s^{-1}[u(t), q(t)] \quad (3)$$

Danach wird die Auslenkung mit Hilfe des Aktormodells (2) ermittelt, indem man in dieses die gemessene Spannung und die rekonstruierte Kraft einsetzt:

$$s(t) = \mathbf{G}_a[u(t), \mathbf{G}_s^{-1}[u(t), q(t)]] \quad (4)$$

Für nichtlineare Wandlermodelle läßt sich der inverse Operator (3) und damit auch das Rekonstruktionsmodell nur unter bestimmten Voraussetzungen geschlossen analytisch angeben, so daß die Inversion in der Regel numerisch mit Hilfe iterativer Berechnungsverfahren durchgeführt

werden muß [5]. Bedingung für die Existenz und Eindeutigkeit des inversen Systems (3) sowie für die sichere Konvergenz der Berechnungsverfahren sind die Stetigkeit und die strenge Monotonie des q - f -Zusammenhangs im realen Wandler. Das Rekonstruktionsmodell (3), (4) läßt sich für lineare Wandlergleichungen in einfacher Weise durch analoge Schaltungstechnik nachbilden. Bei Berücksichtigung der im Großsignalbetrieb auftretenden Nichtlinearitäten wird jedoch der Einsatz von digitalen Signalprozessoren zur Realisierung des Rekonstruktionsmodells unumgänglich.

3 Beschreibungsmodelle für smarte Festkörperaktoren

3.1 Lineares Wandler- und Rekonstruktionsmodell

Bei Kleinsignalaussteuerung lassen sich die Operatoren G_s und G_a in erster Näherung durch die linearen Systemgleichungen

$$q(t) = C \cdot u(t) + d \cdot f(t) \quad (5)$$

$$s(t) = d \cdot u(t) + S \cdot f(t)$$

(6)

approximieren. Hierbei gehen die Kleinsignalkapazität C und die Kleinsignalelastizität S , sowie die piezoelektrische Ladungskonstante d aus den bekannten linearen piezoelektrischen Materialbeziehungen für den eindimensionalen elektrischen und mechanischen Belastungsfall hervor. Für das lineare Wandlermodell läßt sich der inverse Operator (3) durch Auflösung von (5) nach der Kraft $f(t)$ analytisch angeben. Damit lautet das Rekonstruktionsmodell des smarten Aktors im linearen Fall

$$f(t) = \frac{1}{d} \cdot (q(t) - C \cdot u(t)) \quad (7)$$

$$s(t) = d \cdot u(t) + \frac{S}{d} \cdot (q(t) - C \cdot u(t)). \quad (8)$$

In fast allen bisher bekannten Anwendungen zur Auswertung des inhärenten Sensoreffekts von piezoelektrischen Wandlern wurde die in (7) dargestellte Beziehung genutzt. Die Differenzbildung zwischen $q(t)$ und $C \cdot u(t)$ erfolgt dabei durch analoge Signalverarbeitung mit Hilfe einer Kapazitätsmeßbrücke, in welcher ein Brückenweig von dem piezoelektrischen Wandler gebildet wird. Die Brückenspannung ist dann proportional zur Kraft $f(t)$, welche somit ohne Sensor ermittelt werden kann.

3.2 Operatorbasiertes Wandler- und Rekonstruktionsmodell

Das in den 70er Jahren von Krasnosel'skii und Pokrovskii entwickelte Konzept der Hystereseeoperatoren erlaubt aufgrund seines rein phänomenologischen Charakters eine sehr allgemeine und präzise Formulierung hysteresebefaheten Systemverhaltens [3,7]. Die Grundidee des

Konzeptes besteht darin, komplexes hysteresebefahetetes Systemverhalten durch die gewichtete Überlagerung sehr einfacher, hysteresebefaheteter Übertragungsglieder, die sogenannten Elementaroperatoren, nachzubilden. Ein Beispiel für einen solchen elementaren Hystereseeoperator ist der sogenannte Linear-Playoperator

$$y_r(t) = p_r[x(t)] . \quad (9)$$

Das Übertragungsverhalten dieses elementaren Hystereseeoperators ist in Bild 3 in Abhängigkeit seines charakteristischen Schwellwertparameters r dargestellt. Für die realistische Nachbildung komplexer Hysteresephänomene müssen mehrere Linear-Playoperatoren mit unterschiedlichen Schwellwerten überlagert werden. Die gewichtete Parallelschaltung dieser elementaren Hystereseeoperatoren führt zu einem komplexen Hystereseeoperator der Form

$$y_h(t) = H[x(t)] = \sum_{i=1}^n q_i \cdot p_{r_i}[x(t)] \quad (10)$$

Aufgrund der Stetigkeit der Linear-Playoperatoren können Hystereseeffekte, wie sie typisch im Großsignalübertragungsverhalten piezoelektrischer Wandler auftreten, schon mit wenigen Elementaroperatoren modelliert werden [4]. Aus diesem Grund eignet sich der Operator (10) für eine Modellierung der hysteresebefaheteten Übertragungsanteile in Echtzeit.

Neben der Hysterese ist auch das Kriechen maßgeblich am Großsignalübertragungsverhalten piezoelektrischer Wandler beteiligt. In Anlehnung an die Vorgehensweise bei der Hysteresemodellierung ist es möglich, das Kriechen durch einen komplexen Kriechoperator

$$y_k(t) = K[x(t)] = \sum_{j=1}^m c_j \cdot l_j[x(t)] \quad (11)$$

zu beschreiben, der aus der gewichteten Überlagerung von vielen elementaren Kriechoperatoren mit unterschiedlichen Kriechenwerten hervorgeht. Die elementaren Kriechoperatoren repräsentieren dabei die Lösungen exponentiell gedämpfter, linearer Differentialgleichungen erster Ordnung [4]. Ihre Sprungantwort ist in Bild 4 dargestellt.

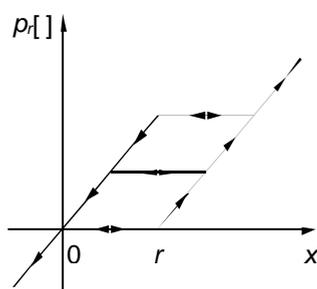


Bild 3: Übertragungsverhalten von Linear-Playoperatoren

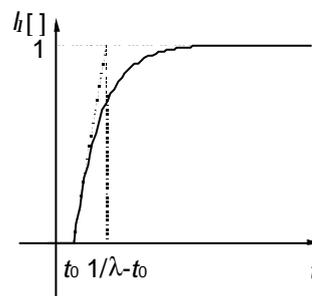


Bild 4: Sprungantwort von elementaren, linearen Kriechoperatoren

Mit Hilfe des komplexen Kriechoperators K und des komplexen Hystereseeoperators H lässt sich nun für den piezoelektrischen Wandler ein operatorbasiertes Wandlermodell

$$q(t) = H_s[u(t)] + K_s[u(t)] + d \cdot f(t) \quad (12)$$

$$s(t) = H_a[u(t)] + K_a[u(t)] + S \cdot f(t) \quad (13)$$

formulieren, das die bei elektrischer Großsignalansteuerung auftretenden komplexen Hysteresee- und Kriechphänomene berücksichtigt.

Analog zum linearen Fall kann man den inversen Operator (3) durch Auflösung von (12) nach der Kraft $f(t)$ analytisch angeben. Damit lautet das operatorbasierte Rekonstruktionsmodell des smarten Aktors

$$f(t) = \frac{1}{d} \cdot (q(t) - H_s[u(t)] - K_s[u(t)]) \quad (14)$$

$$s(t) = H_a[u(t)] + K_a[u(t)] + \frac{S}{d} \cdot (q(t) - H_s[u(t)] - K_s[u(t)]). \quad (15)$$

Wie im linearen Fall bleibt dieser Ansatz auf kleine Amplituden der Kraft beschränkt. Allerdings wird mit diesem Rekonstruktionsmodell im Gegensatz zum linearen Rekonstruktionsmodell der Gültigkeitsbereich auf große Amplituden der Spannung erweitert.

4 Ergebnisse

Im Rahmen der Untersuchungen interessiert vor allem, welche Abweichungen bei der Rekonstruktion der mechanischen Größen $f(t)$ und $s(t)$ entstehen, wenn die Hysteresee- und Kriecheffekte zum einen vernachlässigt (lineares Rekonstruktionsmodell) und sie zum anderen mit Hilfe des operatorbasierten Rekonstruktionsmodells berücksichtigt werden.

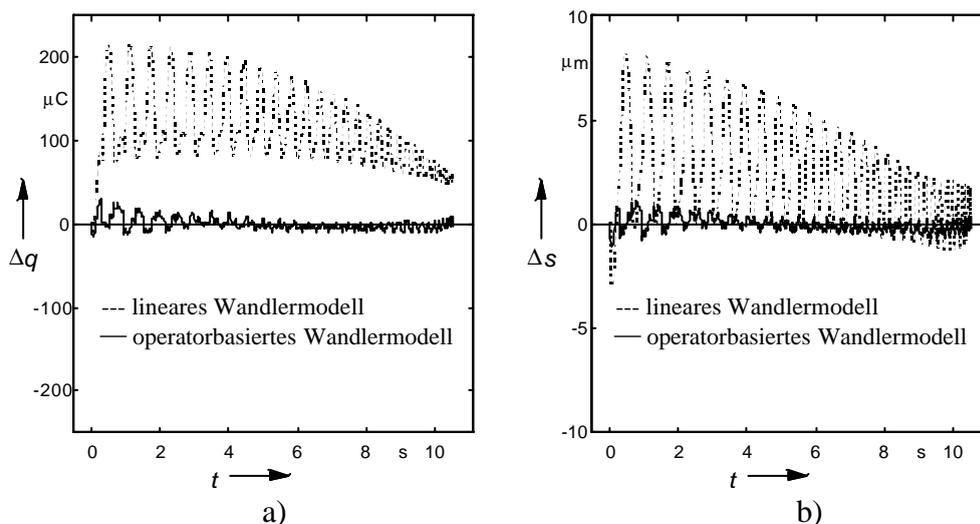


Bild 5: Abweichung zwischen dem gemessenen Übertragungsverhalten des realen Wandlers und dem berechneten Übertragungsverhalten des Wandlermodells für
a) Ladung b) Auslenkung

Bild 5 zeigt daher die Abweichungen $\Delta q(t)$ und $\Delta s(t)$ zwischen dem gemessenen Übertragungsverhalten bei elektrischer Großsignalansteuerung nach Bild 1a und dem mit Hilfe des linearen Wandlermodells (5) und (6) bzw. mit Hilfe des operatorbasierten Wandlermodells (12) und (13) berechneten Übertragungsverhalten. Man sieht, daß bei Verwendung des linearen Modells aufgrund von Hysterese- und Kriecherscheinungen Abweichungen von bis zu $220 \mu\text{C}$ bei der Ladung und Abweichungen von bis zu $8 \mu\text{m}$ bei der Auslenkung entstehen. Dies entspricht bei Maximalamplituden von ca. $900 \mu\text{C}$ und $54 \mu\text{m}$ einem relativen Fehler der Ladung von ca. 25% und der Auslenkung von ca. 15%. Diese Abweichungen werden bei Verwendung des operatorbasierten Wandlermodells auf Werte von maximal $30 \mu\text{C}$ und $1\mu\text{m}$, also auf Restfehler von maximal 3% und 1,8% reduziert.

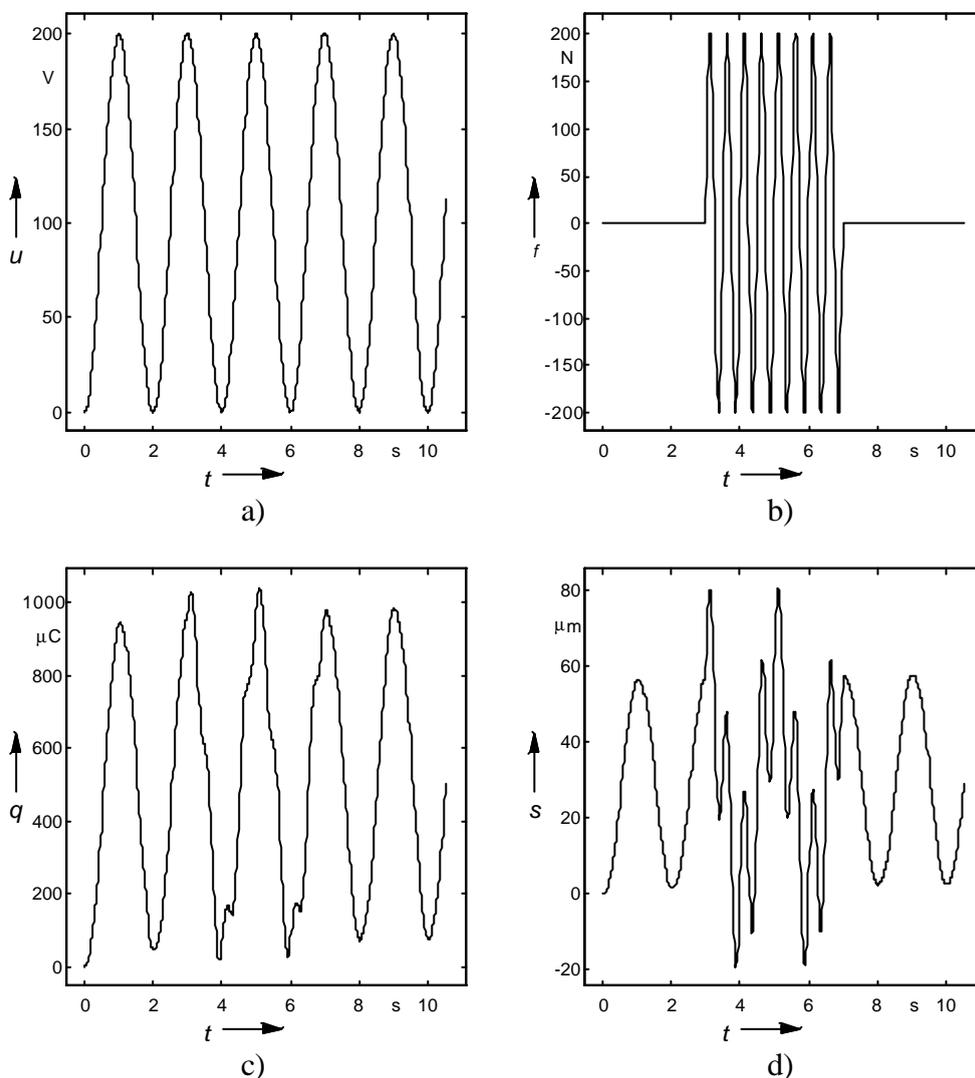


Bild 6: Simulierter Ladungs- und Auslenkungsverlauf mit Hilfe des operatorbasierten Wandlermodells (Erläuterung im Text).

Die starken Abweichungen des linearen Wandlermodells führen bei Verwendung des linearen Rekonstruktionsmodells zu großen Rekonstruktionsfehlern der mechanischen Größen. Diese können durch Verwendung des operatorbasierten Rekonstruktionsmodells stark reduziert werden. Bild 6c und 6d zeigt dazu den mit Hilfe des operatorbasierten Wandlermodells simulierten Verlauf der Ladung $q(t)$ und der Auslenkung $s(t)$ als Reaktion auf die Ansteuerspannung $u(t)$ in Bild 6a und die Kraft $f(t)$ in Bild 6b. Die Bilder 7a und 7b zeigen den mit Hilfe des linearen Rekonstruktionsmodells berechneten Kraft- und Auslenkungsverlauf (durchgezogene Kurve) im Vergleich zum simulierten Verlauf der Kraft und der Auslenkung (gestrichelte Kurve). Hierbei ist deutlich zu erkennen, daß die auftretenden Rekonstruktionsfehler bis zu 500 N bei der Kraft und bis zu 50 μm bei der Auslenkung betragen können.

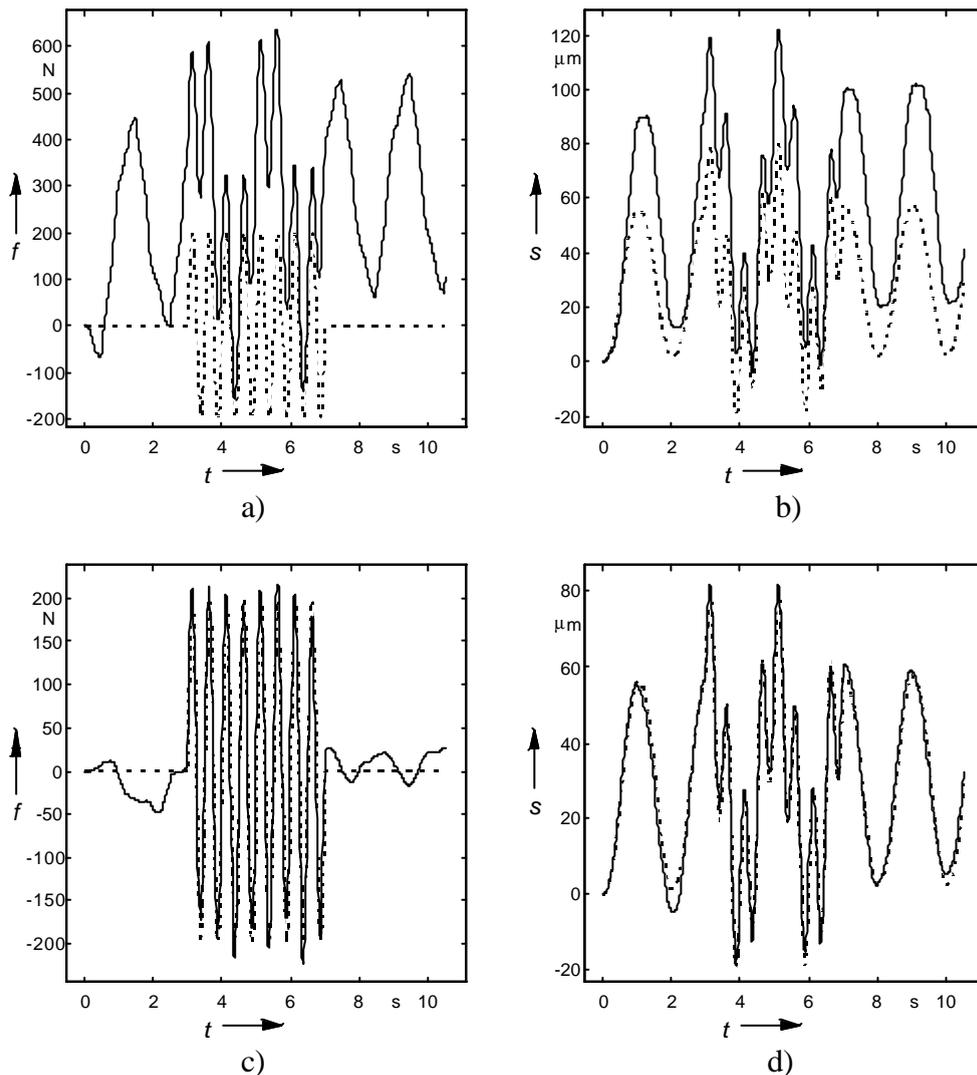


Bild 7: Rekonstruierter Kraft- und Auslenkungsverlauf mit Hilfe des linearen und des operatorbasierten Rekonstruktionsmodells unter Berücksichtigung der Abweichungen gemäß Bild 5a/5b (Erläuterung im Text).

Die Bilder 7c und 7d zeigen den mit Hilfe des operatorbasierten Rekonstruktionsmodells berechneten Kraft- und Auslenkungsverlauf (durchgezogene Kurve) im Vergleich zum simulierten Verlauf der Kraft und der Auslenkung (gestrichelte Kurve), wobei die Abweichung zwischen dem

Übertragungsverhalten des realen Wandler und des operatorbasierten Wandlermodells durch Aufschalten eines stochastischen, normalverteilten, mittelwertfreien Störsignals im operatorbasierten Rekonstruktionsmodell berücksichtigt wurde. Die Streuung des Störsignals wurde so gewählt, daß die auftretenden Störampplituden den maximal auftretenden Abweichungen in Bild 5a und 5b entsprechen. Wie man sieht, wird die Abweichung zwischen der rekonstruierten Kraft und der simulierten Kraft auf Werte von maximal 50 N und die Abweichung zwischen der rekonstruierten und der simulierten Auslenkung auf Werte von maximal 6 μm reduziert. Wenn man bedenkt, daß bei dem für die Untersuchungen verwendeten Wandler die durch elektrische Großsignalansteuerung maximal erreichbare Auslenkung ca. 60 μm und die Blockierkraft ca. 1000 N beträgt, wird klar, daß bei elektrischer Großsignalansteuerung eine Rekonstruktion der mechanischen Prozeßgrößen nur dann sinnvoll sein wird, wenn Anforderungen an die Meßgenauigkeit nicht zu hoch und auf den Wandler wirkende Kräfte nicht zu klein sind und fehlerverursachende Hysterese- und Kriecheffekte im Wandlerübertragungsverhalten hinreichend genau berücksichtigt werden können.

5 Zusammenfassung und Ausblick

In diesem Beitrag werden Möglichkeiten zur Nutzung der zur selben Zeit und am selben Ort vorhandenen sensorischen und aktorischen Fähigkeiten von piezoelektrischen Festkörperwandlern in grundsätzlicher Weise dargestellt. Hierbei wird von einer sehr allgemein gültigen, operatorbasierten Beschreibungsmöglichkeit für Festkörperwandler Gebrauch gemacht, welche die im Großsignalbetrieb vorherrschenden nichtlinearen Phänomene wie Hysterese und Kriechen in Form von Hysterese- und Kriechoperatoren berücksichtigen kann. Die Operatoren beinhalten das bekannte lineare Beschreibungsmodell als Grenzfall und stellen daher eine logische Erweiterung der bestehenden Beschreibungsmethoden beim Übergang zum Großsignalbetrieb dar. In zukünftigen Arbeiten am Lehrstuhl für Prozeßautomatisierung der Universität des Saarlandes sollen die Kriech- und Hystereseoperatoren auf den vektoriellen Fall erweitert werden, um neben dem Einfluß großer Spannungsamplituden auch den Einfluß großer Kraftamplituden auf das Wandlerübertragungsverhalten berücksichtigen zu können.

Danksagung

Die Autoren danken der Deutschen Forschungsgemeinschaft (DFG) für die finanzielle Unterstützung des Forschungsvorhabens, in dessen Rahmen die vorliegenden Ergebnisse entstanden sind.

Literatur

- [1] Bergqvist, A.: On magnetic hysteresis modeling. Royal Institute of Technology, Electric Power Engineering, Stockholm, Sweden (1994).
- [2] Janocha, H.; Kuhn, K.: Ein neues Hysterese- und Kriechmodell für piezoelektrische Wandler. at-Automatisierungstechnik (will be published soon)
- [3] Krasnosel'skii, M. A.; Pokrovskii, A. V.: Systems with hysteresis. Springer-Verlag, Berlin, (1989).

- [4] Kuhnen, K.; Janocha, H.: Modeling of the Transfer Characteristics of Piezoelectric Transducers with Creep and Hysteresis Operators. (will be published soon)
- [5] Kuhnen, K.; Janocha, H.: Compensation of the Creep and Hysteresis Effects of Piezoelectric Actuators with Inverse Systems. 6th Conference on New Actuators, Bremen (1998), S.309-312
- [6] Schäufele, A.: Ferroelastische Eigenschaften von Blei-Zirkonat-Titanat-Keramiken. VDI-Verlag, Düsseldorf, (1996).
- [7] Visintin, A.: Differential models of hysteresis. Springer-Verlag, Berlin Heidelberg New York, (1996).

6 Anwendungen in der Steuerungstechnik

Bild 7 zeigt ein Steuerungskonzept für piezoelektrische Aktoren, mit der neben den durch elektrische Großsignalansteuerung hervorgerufenen Hysterese- und Krieeffekten auch der Einfluß kleiner Kraftamplituden auf die Auslenkung kompensiert werden kann.

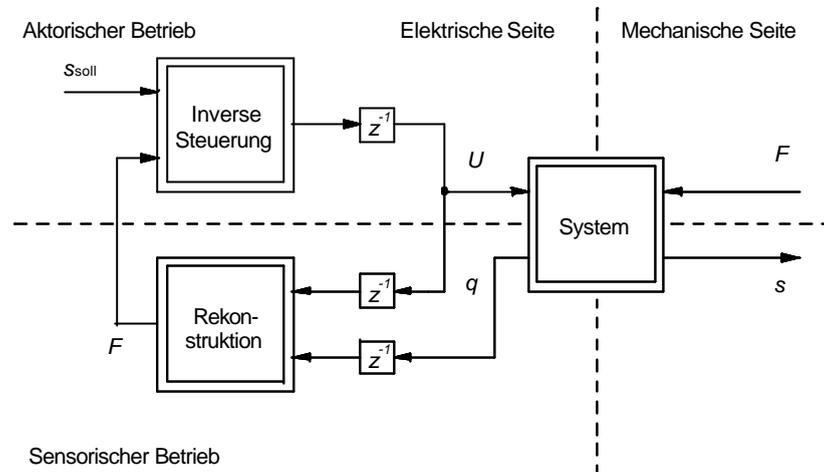


Bild 7: Operatorbasierte Steuerung für piezoelektrische Aktoren

Die Steuerung besteht aus zwei operatorbasierten Signalverarbeitungsblöcken, dem Rekonstruktionsmodell und der inversen Steuerung. Mit Hilfe des Rekonstruktionsmodells

$$F(t) = \mathbf{G}_s^{-1}[U(t), q(t)] \quad (16)$$

wird die auf den Aktor wirkende Kraft ermittelt und der inversen Steuerung zusammen mit dem Sollwert für die Auslenkung zugeführt. Die inverse Steuerung wird durch den inversen Operator

$$U(t) = \mathbf{G}_a^{-1}[s(t), F(t)] \quad (17)$$

bezüglich des s - U -Zusammenhangs mit der Kraft $F(t)$ als Parameter gebildet. In diesen Operator wird anstatt der tatsächlichen die rekonstruierte Kraft eingesetzt. Im Gegensatz zum Rekonstruktionsmodell lassen sich die Gleichungen für die inverse Steuerung nicht mehr analytisch angeben, so daß zur Berechnung der Steuerspannung Iterationsverfahren eingesetzt werden müssen. Hierzu sind in jüngster Vergangenheit Verfahren entwickelt und experimentell getestet worden, die trotz der iterativen Berechnungsweise für eine Signalverarbeitung in Echtzeit geeignet sind [].

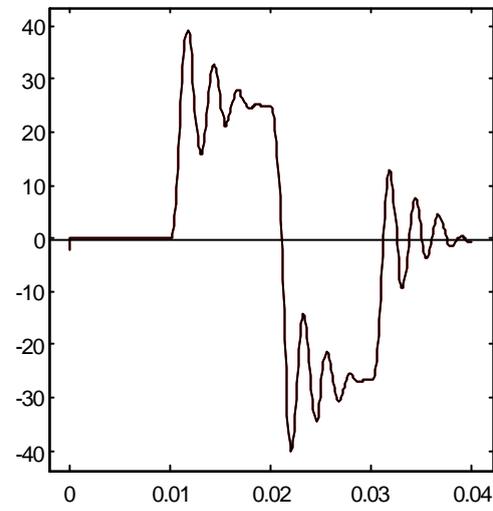
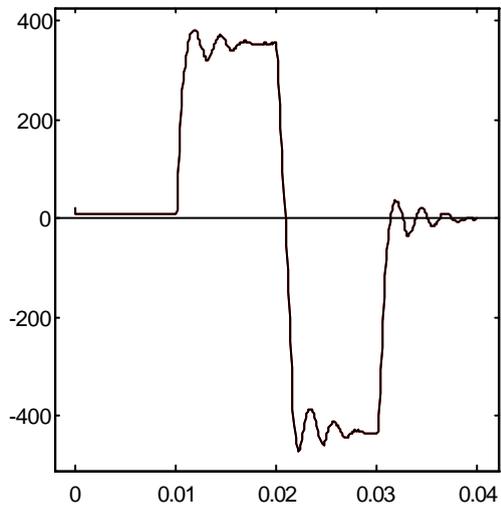
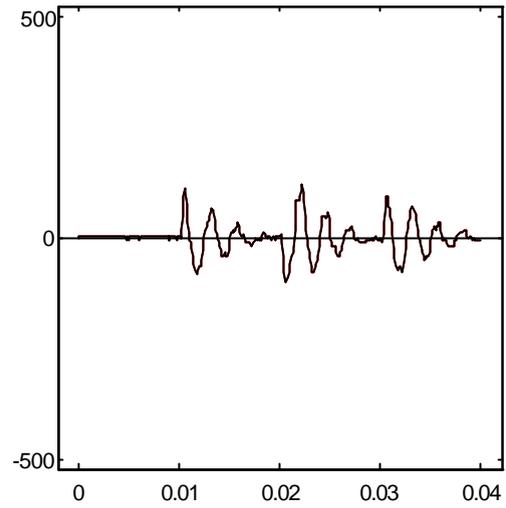
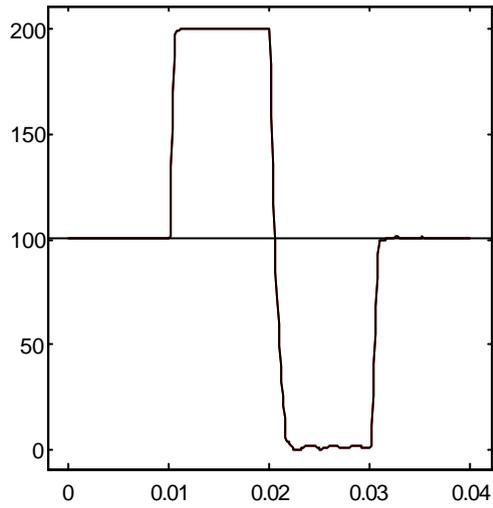


Bild 1: a) elektrische Anregung $U(t)$ b) mechanische Anregung $F(t)$
 c) elektrische Reaktion $q(t)$ d) mechanische Reaktion $s(t)$